

Arhitectura Sistemelor de Calcul (ASC)  
Examinarea finală  
Varianta 1  
(2023 - 2024)

Anul I, Semestrul I  
9 februarie 2024  
Cristian Rusu

Nume: \_\_\_\_\_

Prenume: \_\_\_\_\_

Grupa: \_\_\_\_\_

Completați aici totul cu majuscule.

Toate răspunsurile sunt în albastru.

**Înainte de a începe, citiți cu atenție indicațiile următoare:**

- Testul și rezolvarea sa vor fi disponibile online în zilele următoare.
- *Nu aveți voie cu laptop-uri sau alte dispozitive de comunicație.*
- *Nici calculatoarele de buzunar nu sunt permise.*
- *Vă rugăm să vă opriți telefoanele mobile.*
- Pentru întrebările cu răspunsuri multiple/simple folosiți tabelele puse la dispoziție.
- Acest test are 6 enunțuri totalizând 100 de puncte.
- Aveți la dispoziție 120 de minute pentru a completa examinarea.
- Mult succes!

**Întrebarea 1.** (22 puncte)

Completați tabelul de mai jos cu valorile numerice corecte. Toate numerele sunt naturale pe 12 biți. (Fiecare răspuns corect valorează 1 punct)

| binar         | octal | zecimal | hexazecimal |
|---------------|-------|---------|-------------|
| b000111100110 | o0746 | 486     | 0x1E6       |
| b000100111001 | o0471 | 313     | 0x139       |
| b000100011010 | o0432 | 282     | 0x11A       |
| b000010101010 | o0252 | 170     | 0x0AA       |

| a binar       | a hexa | b binar       | b hexa | a+b zecimal | a+b binar     | a+b hexa |
|---------------|--------|---------------|--------|-------------|---------------|----------|
| b000100011111 | 0x11F  | b000101001001 | 0x149  | 616         | b001001101000 | 0x268    |

| a binar       | a hexa | b binar       | b hexa | axb zecimal | axb binar           | axb hexa |
|---------------|--------|---------------|--------|-------------|---------------------|----------|
| b000101011001 | 0x159  | b000011110110 | 0x0F6  | 84870       | 0b10100101110000110 | 0x14B86  |

Răspunsurile care țin cont de overflow sunt de asemenea corecte.

**Întrebarea 2.** (13 puncte)

Completați tabelul de mai jos cu valorile numerice corecte. Toate numerele sunt întregi pe 12 biți. (Fiecare răspuns corect valorează 1 punct)

| binar         | octal | zecimal | hexazecimal |
|---------------|-------|---------|-------------|
| b110111110100 | o6764 | -524    | 0xDF4       |
| b110011101100 | o6354 | -788    | 0xCEC       |

| a zecimal | a binar       | a hexa | b zecimal | b binar       | b hexa |
|-----------|---------------|--------|-----------|---------------|--------|
| -1401     | b101010000111 | 0xA87  | -15       | b111111110001 | 0xFF1  |

| produs axb zecimal | produs axb binar | produs axb hexa |
|--------------------|------------------|-----------------|
| 21015              | b101001000010111 | 0x5217          |

Răspunsurile care țin cont de overflow sunt de asemenea corecte.

|       |  |
|-------|--|
| 3.1.  | Grace Hopper   |
| 3.3.  | Margaret Hamilton  |
| 3.5.  | $1970 + 2^{31}/2^{25} = 2034$  |
| 3.7.  | $\max(n, m) + 1$   |
| 3.9.  | $2^8 = 256$  |
| 3.11. | 10   |
| 3.13. | overflow, 420 pe 8 biți este 164   |
| 3.15. | AND  |
| 3.17. | $\frac{1}{0.8 + \frac{0.2}{2}} = 1.11$   |
| 3.19. | 1.67   |
| 3.21. | $a \text{ XOR } b$   |
| 3.23. | $ab$   |
| 3.25. | $a \& (m - 1)$   |
| 3.27. | $(a + (2^N - 1) \times b) \& (2^N - 1)$ sau $(a + \text{not}(b) + 1) \& (2^N - 1)$ |
| 3.29. | WAW  |
| 3.31. | un editor hexa (binare)  |
| 3.33. | 0xAA55   |

**Întrebarea 3.** (17 puncte)

Răspundeți la următoarele întrebări scurte. Completați în tabelul de pe pagina anterioară.

- 3.1. Cine a scris primul compilator COBOL?
- 3.3. Cine a scris o mare parte din secvența de cod Assembly folosită pentru misiunea Apollo?
- 3.5. Folosim 32 de biți ca să numărăm câte secunde au trecut de la 1 ianuarie 1970 (UNIX time). Presupunând că un bit din cei 32 este rezervat pentru semn, în ce an vom avea overflow? (presupunem că într-un an sunt  $31556926 \approx 2^{25}$  secunde)
- 3.7. Avem două numere naturale:  $a$  pe  $n$  biți și  $b$  pe  $m$  biți. Pe câți biți este suma  $a + b$ ?
- 3.9. Când măsurăm entropia utilizând logaritmul în baza 2 atunci răspunsul calculat este în biți. În ce bază logaritmică ar trebui să facem calculul ca rezultatul să fie în bytes?
- 3.11. Care este reprezentarea numărului natural  $B$  în baza  $B$  pentru  $B > 1$ ?
- 3.13. Avem o secvență de cod care ar trebui să returneze valoarea 420. Dar când verificăm valoarea, găsim 164. Ce se întâmplă?
- 3.15. Avem două numere naturale  $a, b$  pe  $n$  biți. Avem relația  $a + b - (a \text{ OR } b) = a \text{ ??? } b$ . Ce operație logică puneți în loc de ??? care balansează ecuația?
- 3.17. Avem un sistem de calcul cu o unitate Floating-Point Unit (FPU). Această unitate este îmbunătățită la timpul de execuție de două ori. Avem un program pentru care 20% din operații sunt FP. Atunci îmbunătățirea vitezei (speed-up) programului este:
- 3.19. Avem o secvență de cod care este paralelizabilă în proporție de 40%. Presupunând că avem la dispoziție oricâte core-uri de procesare  $s$ , care este îmbunătățirea maximă posibilă?
- 3.21. Fie  $a, b$  și  $c$  variabile digitale/binare. Simplificați maxim expresia logică  $(a + b) \times (!a + !b)$
- 3.23. Fie  $a, b$  și  $c$  variabile digitale/binare. Simplificați maxim expresia logică  $(a + b) \times (b + c) \times (a + !b) \times (b + !c)$
- 3.25. Vi se dă un număr natural  $a$ . Trebuie să calculați  $a \bmod m$  și știm despre  $m$  că este o putere a lui 2, adică  $m = 2^M$ . Cum faceți? Simplificați maxim expresia logică.
- 3.27. Vi se dau două numere naturale  $a$  și  $b$  pe  $N$  biți. Avem nevoie să calculăm  $a - b$  dar sistemul nostru de calcul nu are implementată reprezentarea numerelor întregi (complement față de doi) și știe să facă doar operațiile aritmetice:  $+$ ,  $\times$ ,  $\text{div}$  și  $\text{mod}$ . Operațiile logice sunt toate implementate. Presupunem că rezultatul operației  $a - b$  este tot un număr natural. Explicați cum faceți scăderea pentru  $a, b$  și  $N$  generale în aceste condiții?
- 3.29. Pe un sistem de calcul avem regiștrii R1, ..., R9. O secvență de cod assembly are două instrucțiuni  $R2 \leftarrow R4 + R7$  și  $R2 \leftarrow R1 + R3$ . Ce fel de hazard este acesta?
- 3.31. HxD este ...
- 3.33. Care este numărul magic pentru un bootloader valid?

#### Întrebarea 4. (16 puncte)

Vrem să realizăm operația  $a + b$  pentru două numere  $a$  și  $b$  pe  $N$  biți. La curs/seminar am văzut că trebuie să știm ce fel de numere sunt  $a$  și  $b$  și am discutat de două posibilități: fie ambele sunt naturale, fie ambele sunt întregi (cu reprezentare în complement față de doi). Ce se întâmplă dacă  $a$  este întreg (complement față de doi) și  $b$  este natural? Răspundeți la următoarele cerințe:

- 4.1. (3 puncte) Dacă  $N = 3$  biți, care sunt valorile min/max pentru  $a$ ,  $b$  și  $a + b$ ?
- 4.2. (3 puncte) Pentru un  $N$  general, care sunt valorile min/max pentru  $a$ ,  $b$  și  $a + b$ ? Pe câți biți este  $a + b$ ?
- 4.3. (10 puncte) Explicați cum se face adunarea binară în acest caz. Discutați cazurile în funcție de MSB ale numerelor  $a$  și  $b$ . Explicați intervalele rezultatului în fiecare caz. (nu trebuie să desenați circuit, doar o metodă explicată în principiu de cum calculați și cum interpretați rezultatul)

4.1.  $-4 \leq a \leq 3$ ,  $0 \leq b \leq 7$  și  $-4 \leq a + b \leq 10$ .

4.2.  $-2^{N-1} \leq a \leq 2^{N-1} - 1$ ,  $0 \leq b \leq 2^N - 1$  și  $-2^{N-1} \leq a + b \leq 2^N + 2^{N-1} - 2$ . Rezultatul  $a + b$  este pe  $N + 1$  biți. Se acceptă și răspunsul  $N + 2$  biți:  $N + 1$  ca înainte plus un bit ca să știm sigur dacă rezultatul pe  $N + 1$  biți este natural sau reprezentat în complement față de doi.

4.3. Notăm cu  $a_i$  al  $i$ -lea bit din  $a$  și analog  $b_i$  pentru  $b$ . Atunci cele două numere sunt:  $a = \sum_{i=0}^{N-2} a_i 2^i - a_{N-1} 2^{N-1}$ ,  $b = \sum_{i=0}^{N-1} b_i 2^i = \sum_{i=0}^{N-2} b_i 2^i + b_{N-1} 2^{N-1}$ . Scriem așa separat pentru bitul  $N - 1$  pentru că acolo este diferența dintre natural și complement față de doi. Observăm că:

1. Dacă  $a_{N-1} = b_{N-1} = 0$  atunci  $s_i = a_i + b_i$ ,  $i = 1, \dots, N - 1$ , deci adunare standard (a două numere naturale unul pe  $N$  biți și celălalt pe  $N - 1$  biți). Rezultatul este pozitiv în intervalul  $[0, 2^N - 2]$ .
2. Dacă  $a_{N-1} = b_{N-1} = 1$  atunci avem  $s_i = a_i + b_i$ ,  $i = 1, \dots, N - 2$  adunare standard cu ambele numere pe  $N - 1$  biți (puterea negativă din complement față de doi se anulează cu aceeași putere pozitivă din numărul natural). Rezultatul este pozitiv în intervalul  $[0, 2^N - 2]$ .
3. Dacă  $a_{N-1} = 0$  și  $b_{N-1} = 1$  atunci avem adunarea dintre un număr pe  $N$  biți și un număr pe  $N - 1$  biți ambele pozitive. Rezultatul este pozitiv în intervalul  $[2^{N-1}, 2^N + 2^{N-1} - 2]$ .
4. Dacă  $a_{N-1} = 1$  și  $b_{N-1} = 0$  atunci avem un număr întreg în complement față de doi. Rezultatul este întreg în intervalul  $[-2^{N-1}, 2^N - 1]$ .

**Întrebarea 5.** (14 puncte)

Vi se dă un număr  $a$  pe 32 de biți în format IEEE FP. Răspundeți la următoarele întrebări:

- 5.1. (4 puncte) Scrieți secvențe scurte aritmetice/logice pentru a extrage din  $a$  variabilele *semn*, *exponent* și *mantisa* care să conțină doar biții marcați cu aceste semnificații din  $a$ .
- 5.2. (6 puncte) Scrieți o secvență de pseudo-cod care calculează  $\text{int}(a)$  - o funcție care returnează partea întreagă a variabilei float  $a$ . Puteți să folosiți cele 3 variabile calculate la punctul anterior.
- 5.3. (4 puncte) Vi se dă un număr scris în format *floating point* în care mantisa are  $M$  biți. Care este numărul maxim de zecimale (în baza 10) pe care putem să îl avem în acest caz?

5.1.  $\text{semn} = a \gg 31$ ,  $\text{exponent} = (a \gg 23) \& 0x000000FF$ ,  $\text{mantisa} = a \& 0x007FFFFFFF$ .

5.2. secvența este următoarea:

$E = \text{exponent} - 127$

dacă ( $E < 0$ ) atunci return 0

dacă ( $E > 30$ ) atunci return overflow

dacă ( $E < 23$ ) atunci

$x = (1 \ll E) | (\text{mantisa} \gg (23 - E))$

altfel

$x = (1 \ll E) | (\text{mantisa} \ll (E - 23))$

dacă (semn este 1) atunci  $x = \text{not}(x) + 1$

return x

5.3.  $\lfloor \log_{10} 2 \times M \rfloor \approx \frac{M}{3}$

### Întrebarea 6. (18 puncte)

La Seminarul 0x00 am discutat despre algoritmul de căutare binară. Răspundeți la următoarele cerințe:

- 6.1. (3 puncte) Am văzut că de multe ori compilatoarele nu preferă cod recursiv. Modificați codul de la Seminarul 0x00 astfel încât să înlăturați recursivitatea.
- 6.2. (3 puncte) Câte salturi sunt în codul de la punctul 6.1? Preziceți salturile sau încercați să le înlăturați. Explicați unde puteți să faceți asta și unde nu.
- 6.3. (6 puncte) Aveți secvența de cod de mai jos. Este aceasta echivalentă cu căutarea binară? Cum diferă? Pentru noua secvență de cod, eliminați saltul cu o expresie aritmetică/logică. La compilare ce instrucțiune va fi folosită?
- 6.4. (6 puncte) Algorimul de la punctul 6.3. accesează eficient memoria? Dacă da, când? Modificați algoritmul astfel încât să acceseze cât mai eficient memoria.

```
int *base = arr, len = n;
while (len > 1) {
    int mid = len / 2;
    if (base[mid - 1] < x) base = base + mid;
    len = len - mid;
}
if (*base == x) return *base;
else return NOTFOUND;
```

#### 6.1. Căutare binară nerecursiv

```
int left = 0; right = n - 1;
while (l < r) {
    int mid = l + (r-l)/2;
    if (arr[mid] > x) r = mid-1;
    else l = mid + 1;
}
if (arr[mid] == x) return arr[mid];
else return NOTFOUND;
```

6.2. Sunt două instrucțiuni de salt: `while (l < r)` predicție sare mereu (greșim o singură dată), `if (arr[mid] > x)` predicția aici nu poate fi făcută cu precizie mare

6.3. Secvența este echivalentă cu căutare binară (dar în loc să avem stânga/dreapta avem baza și lungimea secțiunii de vector unde căutăm), dar va face mereu  $\lceil \log_2 n \rceil$  iterații. Saltul `while (l < r)` este acum exact predictibil (eroare zero). Dacă `len = len - mid` este pe else am face mai puține iterații, dar nu am fi putut elimina saltul: codul este `base = base + (base[mid - 1] < x)*mid`, iar instrucțiunea va fi un `cmov` (*conditional move*).

6.4. Problema este distanța dintre pivotii. Spre sfârșitul algoritmului pivotii sunt apropiați, dar în rest (și mai ales la început) distanțele în memorie dintre pivotii sunt mari. Soluția: în loc să avem vectorul sortat crescător/descrescător vom avea numerele în ordinea indecșilor pivotilor. Ordinea ar trebui să fie ordinea BFS pe un arbore binar de căutare (se numește ordine *eytzing*) iar codul se reduce la `while (k <= n) k = 2*k + (arr[k] < x)`.

Pentru detalii: <https://cglab.ca/~morin/misc/arraylayout/>